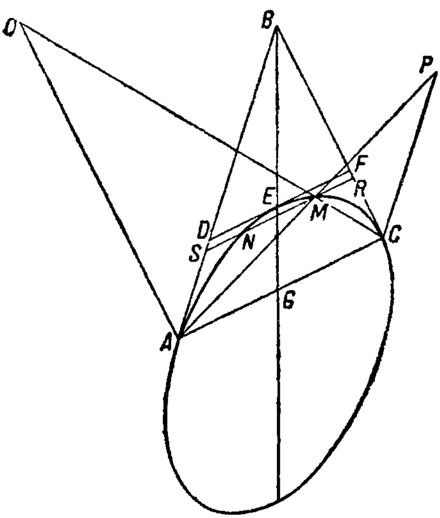
отдельные теоремы — в более ограниченном виде — и были известны до него.

Другая группа предложений той же книги относится к вопросу о простейших случаях проведения касательных, не пользуясь точками касания. В частности, здесь указывается, как провести касательные к гиперболе, рассматривая их как прямые, которые отсекают на асимптотах, считая от центра, отрезки, образующие прямоугольник с постоянной площадью, или же, как провести касательные к эллипсу и гиперболе, рассматривая их как прямые, отсекающие на параллельных между собой и неизменных касательных, считая от их точек касания, отрезки, образующие прямоугольник с постоянной площадью. Касательные к параболе находятся как прямые, точки пересечения которых с неизменными касательными проходят одновременно пропорциональные отрезки.



Фиг. 23.

Заметим еще здесь, что эти самые теоремы дают нам ключ к пониманию двух других сочинений Аполлония — „О пропорциональном сечении" и „О сечении пространства", в которых он решает с помощью геометрической алгебры и анализирует до мельчайших подробностей — по крайней мере в первом из них — задачи следующего рода: „провести из некоторой точки прямую, которая отсекает на двух данных прямых, считая от двух данных точек, отрезки, находящиеся в данном отношении или образующие прямоугольник с данной площадью". Действительно, решение этих задач с помощью линейки и циркуля приводит, в соответствии с упомянутыми теоремами третьей книги, к нахождению касательной, проведенной из данной внешней точки к некоторому достаточно определенному коническому сечению.

В этой третьей книге имеется еще небольшая замечательная глава, посвященная теории фокусов эллипса и гиперболы, разработанной средствами элементарной геометрии. Положение этих фокусов F и F_1 на главной оси AA_1 определяется на основании того, что прямоугольник $AF \cdot FA_1$ должен равняться ap, где $2a$ означает длину оси, а $2p$ — длину параметра. Опираясь на вышеприведенные теоремы о касательных к эллипсу и гиперболе, можно найти, что отрезок, отсекаемый касательными в A и A_1 на какой-нибудь подвижной касательной, виден из точек F и F_1 под прямым углом; отсюда легко получаются другие важнейшие теоремы.